

УДК 623.407

І. Белякова, асп.,

І. Добротвор, канд. фіз. - мат. наук.,

Р. Цебрій, канд. фіз. - мат. наук

Тернопільський національний технічний університет ім. Івана Пулюя

МОДЕЛЮВАННЯ ОСЦИЛЯЦІЙНИХ СКЛАДОВИХ ВІДКЛИКУ ЧОТИРИПОЛЮСНИКА

Постановка проблеми. Одним з напрямків в розробці високочастотних напівпровідникових пускорегулюючих апаратів є заміна електромагнітних вузлів (трансформатора, дроселя), що входять до їх складу, п'єзоелектричними трансформаторами (ПТ), які за своїми характеристиками нагадують трансформатори з розсіюванням, але мають значно менші масу та габарити і не містять електромагнітних компонентів. Для розрахунків п'єзотрансформаторів ПТ, як правило, використовують метод електромеханічних аналогій, а також експериментально-аналітичні методи дослідження характеристик [1, 2].

Методологічною основою експериментально-аналітичних методів дослідження характеристик ПТ є використання ідей кібернетичних скриньок - «сірої» та «чорної» [3]. В останньому випадку має місце наявність неконтрольованих і змінюваних випадковим чином параметрів ПТ, де для контролю є доступними тільки вхідні та вихідні величини, а структура ПТ є невідомою. На основі експериментальних характеристик ПТ можна отримати аналітичні вирази для розрахунків конструктивних параметрів ПТ з похибкою, що не перевищує в більшості випадків 10%.

Метою роботи є розробка методики та проведення розрахунку параметрів п'єзотрансформатора.

Постановка задачі. Для проведення розрахунку п'єзотрансформатора представимо його конструкцію у вигляді чотириполосника, до вхідних затискачів якого приєднане джерело напруги, а до вихідних – активне навантаження, яким на частотах дослідження може розглядатись люмінесцентна лампа (рис.1).

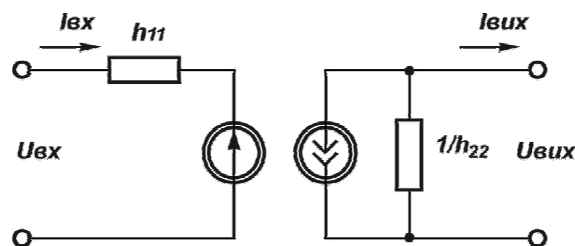


Рис.1 - Еквівалентна схема чотириполосника з h -параметрами

Для запису рівнянь чотириполосника встановимо залежності між вхідною напругою U_{ex} , вхідним струмом I_{ex} та вихідною напругою U_{vix} . Отримані значення I_{ex} та U_{vix} при постійному значенні частоти вхідної напруги, рівній резонансній

частоті ПТ $f = fp = const$ та постійному значенні температури довкілля $T = const$, приведені в табл. 1.

Представимо отримані експериментальні результати у вигляді замірів вихідної напруги чотириполюсника U_k для k -того датчика відносно вхідної сили струму I_{ex} (таблиця 2).

Перевірка засобами MathCad кореляційної залежності замірів вихідної напруги (рис.2) для $k = 5$ різних датчиків (лістинг 1) показала близьку до одиниці величину взаємної кореляції cc , що підтверджує коректність постановки задачі.

Таблиця 1

№ заміру	$I_{ex} (\mu A)$	$U1 (B)$	$U2 (B)$	$U3 (B)$	$U4 (B)$	$U5 (B)$
1	65	91	145.6	176.4	182	232
2	72	64	134.4	165.2	123.2	156.8
3	90	42	106.4	126.6	55.2	72.8
4	100	35.3	75.6	112	52.8	65.5
5	162	26.9	42.6	42	50	61.6
6	252	23.5	28.6	33.6	48.2	56
7	360	22.4	26.88	32.5	45.2	53.8
8	432	20.7	25.8	31.4	41.5	52.6
9	504	20.2	25.2	29.7	36.6	45.3
10	576	20.1	23.6	29.2	33.2	42

Лістинг 1

$$UU = \text{augment}(U1, U2, U3, U4, U5)$$

$$cc_{p,q} := \text{corr}(UU^{(p)}, UU^{(q)})$$

$$cc = \begin{pmatrix} 1 & 0.94 & 0.924 & 0.979 & 0.984 \\ 0.94 & 1 & 0.992 & 0.863 & 0.873 \\ 0.924 & 0.992 & 1 & 0.841 & 0.85 \\ 0.979 & 0.863 & 0.841 & 1 & 0.999 \\ 0.984 & 0.873 & 0.85 & 0.999 & 1 \end{pmatrix}$$

Як відомо з гармонійного аналізу сигналів, у відносно гладких функцій спектр швидко спадає (з ростом номера членів тригонометричного ряду коефіцієнти швидко прямують до нуля). Для відносно "порізаних" функцій спектр убиває повільно, тому що для представлення "розривів і "зламів" функції потрібні синусоїди з більшими частотами. Кажуть, що сигнал має обмежений спектр, якщо після певного номера всі коефіцієнти спектра дорівнюють нулю. Інакше кажучи, на заданому відрізку сигнал представляється у вигляді кінцевої суми ряду Фур'є. У цьому випадку можна стверджувати, що спектр сигналу лежить нижче частоти F (обмежений частотою F), де F - частота синусоїди при останньому ненульовому коефіцієнті ряду Фур'є. Згідно Теорему Котельнікова-Найквіста-Шеннона, якщо сигнал такий, що його спектр обмежений частотою F , то після дискретизації сигналу із частотою не меншою за $2F$ можна відновити вихідний безперервний сигнал по отриманому цифровому сигналу абсолютно точно [4].

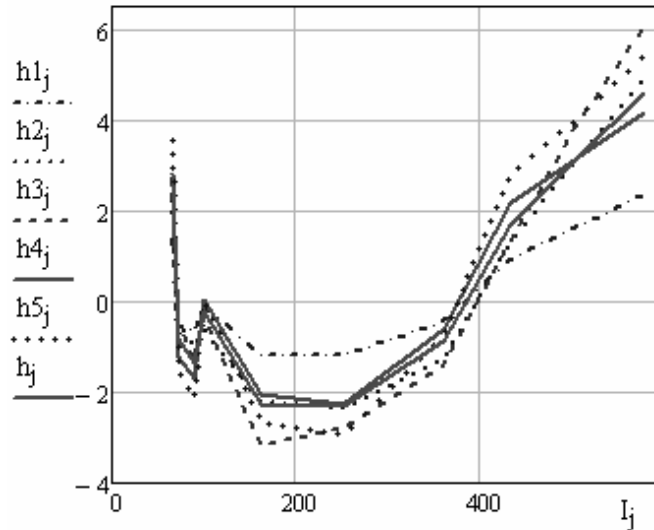


Рис.2 - Зміна h_{kj} вихідної напруги на k -тому датчику чотириполюсника та усередненої дискретної зміни напруги h_j відносно поданої сили струму I_j .

Аналітичне представлення досліджуваного процесу відносно вхідного змінного у часі параметра може бути записане у вигляді:

$$y(t) = q_0 + q_1 e^{-\beta t} \sin(\gamma t + \varphi), \quad (1)$$

де параметри $\alpha > 0$, $\beta > 0$, γ та φ визначаються із графічного представлення експериментальних замірів, функціонально залежних від часу, q_0 , q_1 – сталі.

Виходячи із фізичного змісту коливної складової процесу (1) та аналітичних особливостей локалізації точок екстремуму та перегину гладкої функції $y(t)$, визначаються параметри α , β , γ та φ на кожному із послідовних етапів вздовж вибраних магістральних ліній.

Величину γ оцінюємо, обчислюючи $1/\gamma$ – період зміни знаку похідної $y(t)$ для значень змінної t із деякого часового проміжку $t > T_0 > 0$, або ж для деякого околу точки, яку ми вибираємо за початкову (центр дисперсної частки) $r > R_0 > 0$, такого, де вплив інерційної складової майже не впливає на характер монотонності $y(t)$.

Параметр φ обчислюємо, знаючи частку φ/γ – зміщення локальних максимумів процесу $y(t)$ від точок виду $\frac{1}{\gamma}(\frac{\pi}{2} + 2k\pi)$, де k – ціле число, або ж локальних мінімумів

$y(t)$ від часових точок $\frac{1}{\gamma}(\frac{3\pi}{2} + 2k\pi)$, або ж для аналогічних зміщень відповідно кінців

(початків) інтервалів, на яких $\text{sign}(\frac{dy}{dt}) > 0$ у даному процесі.

Диференціюючи (1), отримуємо:

$$y'(t) = \frac{q_1}{\sqrt{\gamma^2 + \beta^2}} e^{-\beta t} \sin(\gamma t + \varphi + \theta), \quad (2)$$

де коливна складова є відгуком на релаксаційні повільно затухаючі процеси в досліджуваній системі чотирьохполюсника. У формулі (2) маємо: $\theta = -\arctg \frac{\gamma}{\beta}$,

таким чином параметр θ ми маємо змогу обчислити із частки $\frac{\varphi + \theta}{\gamma}$, яка визначається

як зміщення максимумів похідної $\frac{dy}{dt}$ від часових точок виду $2\pi k$, або ж мінімумів від точок $\pi(1+2k)$, k – ціле число. Фактично такі зміщення зручніше відшукувати по відповідно початках (кінцях) інтервалів позитивності другої похідної $a(t)$ у даному процесі. Звідси отримуємо: $\beta = -\gamma \operatorname{ctg} \theta$.

Отримані коливні складові дають змогу обчислити решту параметрів аналітичного виразу (2). Перетворимо представлення процесу (3) до вигляду:

$$(y(t) - q_0)e^{\beta t} = q_1 \cdot \sin(\gamma t + \varphi), \quad (3)$$

є обмеженою функцією для значень змінної t , що належать проміжку між першими екстремумами, починаючи із T_0 , процесу $y(t)$, а фактично лише коливної складової $y(t)$. Перепозначимо ліву частину (4), здійснивши одночасно наближення виразу у правій частині:

$$z(t) = s_1 e^{s_2 t}, \quad (4)$$

підібравши відповідними числовими методами параметри s_1 , s_2 так щоб мінімізувати відхилення між правими частинами (2) і (3). Тоді $\beta - \alpha = s_2$, звідки отримуємо α .

Таким чином, отримавши оцінки параметрів α , β , γ та φ представлення (1) процесу поширення хвиль на графіку (рис. 2) процесу, ми можемо тепер обчислити сталі q_0 та q_1 , що реалізують регресію даних експерименту на одному вибраному етапі процесу. Фактично α , β , γ та φ змінюються на кожному із етапів, а тому є залежними від часу із врахуванням усієї попередньої історії.

В ході аналізу експериментальних даних (табл.1) описаними методами після відповідних перепозначень ($t = I$, $t = I_j$) отримали графіки зміни елементів вибірки отриманих даних вихідної напруги $U(I_j)$ відносно вхідної сили струму I_j (рис. 1). Визначені параметри складових досліджуваного процесу (лістинг 2) дали змогу графічної візуалізації апроксимації функції відзиву за допомогою лінійної комбінації експоненційних та тригонометричних функцій (рис. 3).

Лістинг 2.

$$\begin{aligned} a1 &:= 1.16 & T1 &:= 48 & f1 &:= 25.48 & b1 &:= -0.0036 & c1 &:= -0.94 \\ a2 &:= 4.62 & T2 &:= 756 & f2 &:= 379.76 & b2 &:= -0.00072 & c2 &:= 1.16 \\ t &:= 60, 60.1 \dots 600 & y1(t) &:= a1 \cdot e^{b1 \cdot t} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T1} \cdot t + f1\right) + c1 \\ y2(t) &:= a2 \cdot e^{b2 \cdot t} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T2} \cdot t + f2\right) + c2 & y3(t) &:= 1.64 \cdot e^{-(t-65)} \\ u(t) &= y1(t) + y2(t) + y3(t) + a, & a &= 0,8. \end{aligned} \quad (4)$$

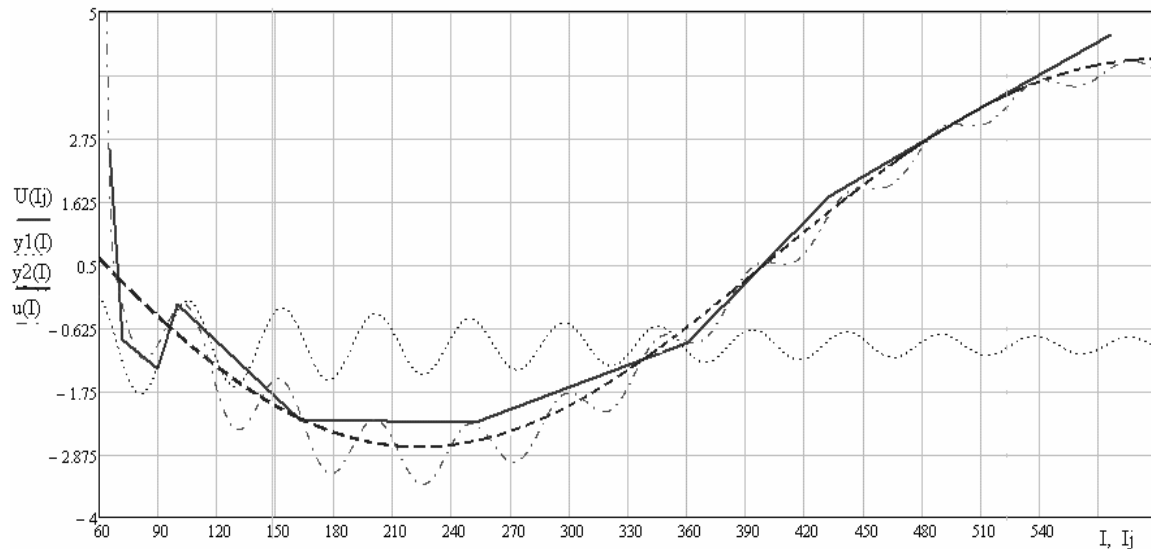


Рис.3 - Графіки експериментальної залежності $U(I_j)$ вихідної напруги від вхідної сили струму, осциляційних складових $y1(t)$, $y2(t)$ та результативної аналітичної залежності $u(t)$.

Отримання аналітичного виду складової $y0(t)$ відзиву (4) з більш високими частотами вимагає значно більшого об'єму масиву експериментальних замірів, а тому не може бути знайдено з допомогою попередньої методики.

Оцінки осциляційних складових $y1(t)$ та $y2(t)$ представимо у вигляді:

$$\frac{2 \cdot \pi}{T1} = 0.131 \quad \frac{2 \cdot \pi}{T2} = 8.311 \times 10^{-3}$$

Це дозволяє апроксимувати частоту третьої осциляційної складової $y0(t)$, виходячи із співвідношення:

$$\frac{T2}{T1} = \frac{T1}{T0}.$$

Звідси отримуємо співвідношення: $T0 = 3,038 \text{ мА}$; $\frac{2\pi}{T0} = 2,068 \mu\text{А}^{-1}$. Відмітимо, що останній результат не міг бути зафіксований чисто експериментальними методами.

Представлення відзиву системи у вигляді

$$\bar{u}(t) = u(t) + y0(t) \quad (5)$$

дає можливість покращення точності наближень.

Підставляючи в (4) значення постійних складових, повертаючись до загальноприйнятих позначень вхідних та вихідних параметрів системи чотирьохполюсника, отримаємо аналітичну модель зміни вихідної напруги $u(I)$ відносно вхідного струму I :

$$\begin{aligned} u(I) = & 1.16 \cdot e^{-0.0036I} \cdot \sin(0.131 \cdot I + 25.48) + \\ & 4.62 \cdot e^{-0.00072I} \cdot \sin(0.0083 \cdot I + 379.76) + \\ & + 1.64 \cdot e^{-(I-65)} + 0.81. \end{aligned}$$

По аналогії для розрахунку ПТ можемо отримати аналітичні залежності таких параметрів:

- а) вихідної напруги від частоти вхідного сигналу $U_{\text{вих}}=f(f_i)$ при $U_{\text{вх}}=\text{const}$, $R_n=\text{const}$,
- б) вхідної напруги від частоти вихідного сигналу $U_{\text{вх}}=f(f_i)$ при $U_{\text{вих}}=\text{const}$, $R_n=\text{const}$,
- в) фазочастотні характеристики $\varphi=f(f_i)$ при $U_{\text{вх}}=\text{const}$, $R_n=\text{const}$,
- г) залежність вхідного струму від струму навантаження $I_{\text{вх}}=f(I_n)$ при $U_{\text{вх}}=\text{const}$, $U_{\text{вих}}=\text{const}$, $f=f_p$,
- д) навантажувальна характеристика ПТ $U_{\text{вих}}=f(I_n)$ при $U_{\text{вх}}=\text{const}$, $f=f_p$,
- е) залежність вхідної напруги від струму навантаження $U_{\text{вх}}=f(I_n)$ при $U_{\text{вих}}=\text{const}$, $f=f_p$.

Висновки. З отриманих експериментальних характеристик п'єзотрансформатора видно, що залежності вихідної напруги є практично лінійними при значеннях вхідної сили струму від 60 до 90 мА та нелінійними при більших вхідних значеннях струму і на розширеному діапазоні досліджень від 50 до 600 мА, які є робочими для навантаження ПТ люмінесцентними лампами потужністю 15...30 Вт. Ця нелінійність пояснюється механічними втратами в п'єзоматеріалі при збільшенні напруженості електричного поля ПТ. Отримане представлення (5) дає можливість прогнозу роботи системи для довільного значення вхідного струму із дослідженого діапазону.

Література:

- Ерофеев А.А. Пьезоэлектронные устройства автоматики / Ерофеев А.А. -Ленинград: Машиностроение, Ленинградское отделение, - 1982.-212 с.
- Карташов И.А. Пьезоэлектрические трансформаторы тока / И.А.Карташов, Н.Б.Марченко. – К.: Техника, - 1968.- 176 с.
- Добротвор І.Г. Детальна рівновага систем ресурсообмінних елементів / Добротвор І.Г., Нікітаєв В.Г., Цепенюк Н.М. – Матеріали дев'ятої наукової конференції Тернопільського державного технічного університету імені Івана Пулюя. –Тернопіль.-2005.- С.197.
- Поршнеv С.В. Численные методы на базе Mathcad / Поршнеv С.В., Беленкова И.В. – СПб.: БХВ-Петербург, -2005. – 464с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСЦИЛЛЯЦИОННЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ ОТЗЫВА ЧЕТИРЕХПОЛЮСНИКА

И. Беякова, И. Добротвор, Р. Цебрий

В статье рассмотрена методика расчета характеристик пьезотрансформатора поперечно-поперечного типа. Приведены аналитические зависимости электрических параметров пьезотрансформатора, используемого для стабилизации тока люминесцентной лампы.

OSCILLATORY MODELLING OF QUADRIPOLE REFERENCES

I. Belyakova, I. Dobrotvor, R. Tsebrij

In the article the method of calculating the characteristics of piezoelectrical transformer cross-type. The given analytical expressions electrical parameters of piezoelectrical transformer intended to stabilize the current fluorescent lamp.